

# Kurzfassung

In dieser Arbeit wird der energieoptimale Betrieb gekoppelter Mehrpumpensysteme untersucht. Als Grundlage wird hierzu eine methodische Vorgehensweise zum modellbasierten Entwurf des Reglers erarbeitet.

Eingangs erfolgt die regelungstechnische Modellierung der betrachteten Pumpensysteme. Ausgehend von der Herleitung der Komponentenmodelle wird ein Einpumpensystem aufgebaut. Basierend auf der Analyse der gekoppelten Fluidodynamik erfolgt anschließend die Herleitung des gekoppelten Mehrpumpensystems.

Basierend auf den Modellen erfolgt der Entwurf des Reglers und des hierzu notwendigen Zustandsschätzers. In beiden Fällen wird jeweils erst kurz auf die benötigten Grundlagen eingegangen, bevor der methodische Entwurf für das Einpumpensystem und die Erweiterung auf das gekoppelte Mehrpumpensystem erfolgen. Durch die Regelung erfolgt die Entkopplung der Pumpendynamiken und es wird ermöglicht unterschiedliche Pumpengrößen parallel zu betreiben. Neben dem Druck dient die Volumenstromaufteilung als Referenz für den Regler. Ein wichtiges Merkmal der entwickelten Methode ist der vollständige Verzicht auf hydraulische Messungen bei der Zustandsschätzung. Anhand von Simulationsstudien werden die Methoden getestet und analysiert.

Für beide Pumpensysteme werden an praktischen Prüfstandsaufbauten detaillierte Untersuchungen vorgenommen. Dabei wird jeweils erst ein Überblick über den entsprechenden Prüfstand gegeben, bevor anschließend die Modellparameter identifiziert werden. Nach dieser Vorarbeit erfolgt die Demonstration der Regelung zusammen mit dem Zustandsschätzer. Der Vergleich mit bestehenden Regelungsverfahren und die Herausarbeitung der Vorteile der neuen Methoden schließt den jeweiligen Abschnitt ab.

Schließlich wird der energieoptimale Betrieb gekoppelter Mehrpumpensysteme betrachtet. Dabei wird zwischen der Dimensionierung, dem statischen Betrieb und dem dynamischen Betrieb unterschieden. Es wird gezeigt, dass durch die Optimierung der ersten beiden Punkte neue Anforderungen für die Regelung entstehen. Diese werden von den bestehenden Regelungsmethoden nicht beherrscht, können aber durch die in dieser Arbeit entwickelte Regelung besonders gut erfüllt werden. Durch die optimierte Dimensionierung gewinnt der dynamische Betrieb wesentlich an Bedeutung. Daher werden die erarbeiteten Modelle genutzt, um energieoptimale Trajektorien zu bestimmen. Diese dienen dann als Referenz für die nun unterlagerte Regelung.

# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Kreiselpumpen finden weltweit eine breite Anwendung, ob in der Industrie, in der öffentlichen Versorgung oder im privaten Wohnbereich. Die installierte Leistung variiert dabei von wenigen Watt in Heizkreisläufen bis hin in den Megawatt Bereich bei der Wasserversorgung großer Städte und dementsprechend groß ist der gesamte Energiebedarf. Pumpenanwendungen sind für 8-9% des globalen Energieverbrauchs verantwortlich, wobei im Jahr 2006 Pumpen in der Europäischen Union einen Anteil von 19% an allen motorgetriebenen Systemen hatten [Sto15]. Der energieoptimale Betrieb von Pumpensystemen ist daher von immenser Bedeutung.

Bei stark variierenden Volumenströmen werden in der Regel Mehrpumpensysteme eingesetzt, um die Anzahl der aktiven Pumpen bedarfsgerecht anzupassen. Die Effizienz dieser Systeme kann beispielsweise durch die Nutzung unterschiedlich dimensionierter Pumpen gesteigert werden [Bet17]. Ein stabiler Betrieb solcher Anlagen wird von den Regelungsmethoden im Stand der Technik allerdings nicht garantiert. Zudem kann das dynamische Verhalten der Systeme nicht präzise geregelt werden, um beispielsweise optimierte Trajektorien zu verfolgen. Die Entwicklung neuer Regelungsmethoden für Pumpensysteme ist daher eine wichtige Grundlage, um Energieeinsparungen erzielen zu können.

Die größte Herausforderung bei der Regelung von Mehrpumpensystemen ist die dynamische und statische Kopplung der Pumpen. Durch die hydraulische Verbindung besteht zwischen den nichtlinearen Charakteristiken der Pumpen eine Wechselwirkung. Diese Effekte werden bei unterschiedlich dimensionierten Pumpen noch verstärkt. Dabei ist es wichtig, dass der Regler trotz der vorhandenen Nichtlinearitäten im gesamten Arbeitsbereich gültig ist. Die Hauptaufgabe des Regelungssystems ist dann die störungsfreie Regelung des Referenzdrucks. Weiterhin gilt es, den Volumenstrom präzise auf die einzelnen Pumpen aufzuteilen, um einen effizienten Betrieb sicherzustellen.

Durch die Elimination hydraulischer Messungen sollen die Anlagenkosten reduziert werden. Frequenzumrichter sind in der Lage, die mechanischen Größen präzise anhand adaptiver Motormodelle und den elektrischen Terminalgrößen zu bestimmen [JP15]. Diesem Ansatz folgend gilt es, eine Zustandsschätzung für Pumpensysteme zu entwickeln.

Das Energiemanagement zur Ermöglichung des energieoptimalen Betriebs soll auf einer höheren Koordinationsebene implementiert werden, für die die Regelung und Zustandsschätzung eine wichtige Grundlage bilden.

## 1.2 Stand von Wissenschaft und Technik

### 1.2.1 Stand der Technik in der Pumpenregelung

Grundlagen zum Stand der Technik in der Pumpenregelung sind zum Beispiel in den Quellen [Gül13], [WIL16], [KSB12], [KSB13b], [Mol15] und [KSB16c] enthalten.

#### Regelung eines Einpumpensystems

In der Vergangenheit wurden die meisten Pumpen mit einer konstanten Drehzahl direkt am Netz betrieben. Um den Druck oder den Volumenstrom an der zu versorgenden Last zu beeinflussen, erfolgten Eingriffe auf der Lastseite. Die technisch einfachste Möglichkeit ist die Serienschaltung eines Ventils, das die Kennlinie der Last zusätzlich beeinflusst. Wird zum Beispiel ein geringerer Volumenstrom benötigt, kann das Ventil gedrosselt werden. Eine baulich anspruchsvollere Variante ist die Nutzung eines Beipasses. Über ein weiteres Ventil wird dabei ein Teil des Volumenstroms zurück auf die Saugseite der Pumpe geleitet. Beide Möglichkeiten sind mit erhöhten Verlusten verbunden. Dies trifft insbesondere auf den Teillastbetrieb zu.

Durch die Verbreitung von Frequenzumrichtern wurde es möglich, die Drehzahl der Pumpe zu regeln. Somit kann auch der Druck entsprechend eingestellt und direkt auf den Bedarf der Last angepasst werden. Daher ist die Drehzahländerung die effizienteste Regelungsmöglichkeit, die jedoch mit einer erhöhten Komplexität verbunden ist. Ein weiterer Vorteil ist die deutliche Reduktion der mechanischen Belastung. Der Differenzdruck  $\Delta p$  einer Pumpe ist abhängig von der Pumpendrehzahl  $\omega$  und dem geförderten Volumenstrom  $q$ . Gleiches gilt für die Eingangsleistung  $P$ . Vom Hersteller werden für Druck und Leistung in der Regel Kennlinien bei Nenndrehzahl aufgenommen und über den Volumenstrom abgetragen, um diese Informationen im Produktdatenblatt zu veröffentlichen. Zur Bestimmung weiterer Punkte des Kennfelds werden häufig die bekannten Affinitätsgesetze angewendet

$$q_2 = q_1 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) \quad (1.1)$$

$$\Delta p_2 = \Delta p_1 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \quad (1.2)$$

$$P_2 = P_1 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^3. \quad (1.3)$$

Dabei kennzeichnet der Index 1 die bekannten Werte und der Index 2 die durch die neue Drehzahl erzeugten Punkte. Diese sind jedoch nur eine Näherung, da zum Beispiel ein konstanter Wirkungsgrad angenehmen wird.

Trotz der variablen Drehzahl wird der Arbeitsbereich einer Pumpe von vier Faktoren begrenzt. Die Druckdifferenz wird durch die minimale und die maximale Drehzahl definiert. Bei einer korrekten Auslegung wird der maximale Volumenstrom durch die Lastkennlinie begrenzt. Volumenströme deutlich über dem Auslegungspunkt sind zu vermeiden, da dann Kavitation auftritt und die Pumpe Schaden nehmen kann. Minimale Volumenströme sind zu vermeiden, da eine ausreichende Kühlung der Pumpe dann nicht mehr garantiert werden kann.

Zur Regelung werden Proportional-Integral-Derivative (PID)-Regler verwendet. Auf der obersten Ebene erfolgt die Druckregelung, die die Soll Drehzahl der Pumpe als Stellgröße nutzt. Die Drehzahl wird dann im Frequenzumrichter durch einen unterlagerten PID-Regler eingeregelt. Durch Nichtlinearitäten im System, wie sie zum Beispiel durch die Affinitätsgesetze angedeutet werden, wird der Reglerentwurf jedoch deutlich erschwert.

## Regelung von Mehrpumpensystemen

Soll in der Last eine große Bandbreite an Volumenströmen abgedeckt werden, erfolgt oft die Parallelschaltung mehrerer Pumpen. Eine praktische Anwendung sind Druckerhöhungsanlagen, die zum Beispiel in Gebäuden mit entsprechender Höhe benötigt werden. In der Vergangenheit wurden diese ebenfalls mit konstanter Drehzahl am Netz betrieben. Der abgedeckte Volumenstrombereich definiert sich dabei aus der Anzahl der laufenden Pumpen. Dabei ergibt sich zwangsläufig ein Druckband um den eigentlichen Sollwert. Mit steigendem Volumenstrom sinkt der Druck so lange, bis eine weitere Pumpe aktiviert wird. Da diese Methode unpräzise und mit zusätzlichen Verlusten verbunden ist, erfolgte auch bei diesen Anlagen der Einzug drehzahl geregelter Pumpen.

Da Frequenzumrichter mit zusätzlichen Anschaffungskosten verbunden sind, existieren zahlreiche Anlagen, bei denen nur eine Pumpe geregelt wird. So kann durch einen verhältnismäßig geringen Aufpreis eine Regelung des Lastdrucks erfolgen. Erreicht die geregelte Pumpe bei steigendem Volumenstrom ihre Nenndrehzahl, wird sie auf das Netz umgeschaltet. Gleichzeitig wird eine weitere Pumpe aktiviert, die die Regelung übernimmt. Durch die unterschiedlichen Drehzahlen befinden sich die Pumpen jedoch nicht in ihrem optimalen Betriebspunkt.

Dieser Umstand wird durch die gleichzeitige Drehzahlregelung aller Pumpen behoben. In modernen Anlagen sind daher alle Pumpen mit einem Frequenzumrichter ausgestattet.

Je nach benötigtem Volumenstrom werden Pumpen zu- und abgeschaltet. Die Regelung erfolgt im Prinzip wie bei einer einzelnen Pumpe. Der überlagerte Druckregler definiert die Soll Drehzahlen der Pumpen. Diese sind für alle Pumpen identisch und werden wiederum unterlagert eingeregelt.

Die Regelung in Mehrpumpensystemen erfolgt ebenfalls mit PID-Reglern. Allerdings ist der Arbeitsbereich wesentlich größer als bei einer Pumpe und der Druckregler muss ebenfalls die variierende Anzahl an aktiven Pumpen beherrschen. Hierdurch wird die Auslegung weiter erschwert. Um die Komplexität nicht zusätzlich zu erhöhen und einen stabilen Betrieb sicherzustellen, werden in der Praxis in Druckerhöhungsanlagen nur baugleiche Pumpen parallel verbaut.

Da die Volumenstrommessung im Vergleich zur Druckmessung wesentlich teurer ist, findet erstere in der Praxis kaum Anwendung. Werden Volumenströme benötigt, erfolgt die Berechnung häufig anhand von Druckmessungen in Verbindung mit den statischen Kennfeldern der Pumpe, sowie der Drehzahl und der Leistung des Frequenzumrichters.

## 1.2.2 Verwandte Arbeiten

### Regelung von Pumpensystemen

Die Verbesserung des Standes der Technik wurde in verschiedenen Arbeiten thematisiert. Dabei werden ganz unterschiedliche Strategien verfolgt.

In [PSO09] wird ein Überblick über den Aufbau und die Funktion von Pumpensystemen gegeben. Als typische Erweiterungen der PID-Regelstrukturen werden die folgenden Methoden genannt: Störgrößenaufschaltung, Vorsteuerung, Windup-Maßnahmen, Gain-Scheduler, Smith-Prädiktor [FK10], Inversion statischer Nichtlinearitäten und die Reglerselbsteinstellung [LM14]. Die Anwendbarkeit der jeweiligen Maßnahme hängt dabei von den verfügbaren Messgrößen und dem Wissen über das Lastverhalten ab. Als wesentlicher Bestandteil der Prozessregelung wird zudem der komplexe Automat zum Schutz der Pumpen vor unzulässigen Betriebszuständen angesehen.

Um eine bessere Grundlage für den Reglerentwurf zu erhalten, wird in [Jan13] das System einer Pumpe linearisiert und in ein Zustandsraummodell überführt. Der Fokus des Beitrags liegt jedoch auf der Linearisierung.

In [BKHA11] wird für den robusten Reglerentwurf einer durch einen Asynchronmotor angetriebenen Pumpe mit angeschlossener Lastleitung die  $H^\infty$ -Methode vorgeschlagen. In Simulationsstudien werden Szenarien mit und ohne Schätzung der Lastzustände verglichen, wobei eine Druck- und Volumenstrommessung genutzt wird.

Für den hochdynamischen Betrieb wird in [FK10] eine Pumpe mit einem Ventil kombiniert. Durch einen nichtlinearen Regler werden die Prozessvariablen Druck und Volumenstrom entkoppelt. Dabei wird eine hoch dynamische Regelung ohne Überschwingen sichergestellt. Hierzu müssen beide Variablen gemessen werden. Da die Volumenstrommessung einer Verzögerung unterliegt, wird ein erweiterter Smith-Prädiktor ergänzt.

Es bleibt festzuhalten, dass sich die meisten bestehenden Arbeiten mit der Verbesserung oder Erweiterung der bestehenden PID-Regelung befassen oder für die Umsetzung aufwändige hydraulische Messungen benötigt werden.

## Effizienzoptimierung von Pumpensystemen

Die Effizienzoptimierung von Pumpensystemen hat in den vergangenen Jahren zunehmend an Bedeutung gewonnen. Dies reicht von der Betrachtung einzelner Anlagen bis hin zu großen Systemen der Wasserversorgung.

In [YB10] wird die Effizienzoptimierung einer klassischen Druckerhöhungsanlage mit mehreren identischen Pumpen untersucht. Zur Ermittlung von optimalen Schaltstrategien wird ein gemischt-ganzzahliges nichtlineares Programm gelöst. Dieser Ansatz wird von [Bet17] weiter entwickelt und zur Bestimmung der optimalen Dimensionierung der Anlage genutzt. Dabei zeigt sich insbesondere, dass durch die Verwendung unterschiedlicher Pumpengrößen Energieeinsparungen möglich sind.

In [GPP17] erfolgt eine analytische Bestimmung der optimalen Betriebspunkte parallel geschalteter Pumpen. Einerseits wird gezeigt, dass bei identischen Pumpen die gleichmäßige Aufteilung des Volumenstroms optimal ist, wodurch der Betrieb im Stand der Technik bestätigt wird. Andererseits ergibt sich für unterschiedliche Pumpen eine individuelle Volumenstromaufteilung, die präzise einzuregeln ist.

Ein weiteres großes Anwendungsgebiet ist die optimale Regelung von Trinkwassernetzwerken. Bereits in [Brd94] werden die Volumenströme und Drücke im Netz als Optimierungsvariablen genutzt. In [OMPCQ13] wird die modellprädiktive Echtzeitregelung großer städtischer Versorgungsnetze demonstriert. Mehrere modellprädiktive Regelungsansätze werden in [Gro15] untersucht, um den Energieverbrauch zu reduzieren. Hierbei dienen die Volumenströme wiederum als Optimierungsvariablen.

In allen genannten Beiträgen wird eine unterlagerte Regelung angenommen, um beispielsweise die Volumenströme aufzuteilen. In [Mol15] wird jedoch gezeigt, dass dies selbst bei baugleichen Pumpen durch verschiedene Faktoren erschwert wird und die Nutzung identischer Drehzahlen nicht zielführend ist. In [PEAP15] werden die Unsicherheiten der Volumenstromschätzung daher direkt in die Bestimmung der Schaltstrategie mit eingebunden.

## 1.3 Zielsetzung und Beiträge dieser Dissertation

Zielsetzung dieser Arbeit ist der modellbasierte Reglerentwurf für gekoppelte Mehrpumpensysteme zur Steigerung der Energieeffizienz. Hierzu wird eine methodische Vorgehensweise zum Entwurf des Reglers erarbeitet. Ausgehend von der Ermittlung der Komponentenmodelle wird die Komplexität schrittweise gesteigert, indem erst ein Einpumpensystem betrachtet und die Methode anschließend auf ein gekoppeltes Mehrpumpensystem erweitert wird.

Die Modellierung der Komponenten bildet dabei die Grundlage des gesamten Systems. Einerseits müssen die Modelle komplex genug sein, um alle relevanten Effekte abbilden zu können. Andererseits wird die Komplexität limitiert, da ein analytischer Reglerentwurf möglich sein muss. Ein wesentlicher Beitrag ist die detaillierte Analyse und Modellierung der gekoppelten Fluidodynamik des Mehrpumpensystems.

Ein maßgebliches Ziel des Reglerentwurfs für das Mehrpumpensystem ist die Entkopplung der Pumpendynamiken. Hierdurch wird es ermöglicht, unterschiedliche Pumpengrößen parallel zu betreiben. Zudem kann der Volumenstrom der Anlage beliebig auf die Pumpen verteilt werden und Schaltvorgänge verursachen keinerlei Störungen im Anlagendruck. Weiterhin wird eine Trajektorienfolgeregelung ermöglicht. Wie im Verlauf der Arbeit gezeigt wird, sind diese Anforderungen wichtige Grundlagen für einen energieoptimalen Betrieb.

Da die Regelung alle Systemzustände benötigt, wird ein Zustandsschätzer angewendet. Ein wichtiges Merkmal der entwickelten Methode ist der vollständige Verzicht auf hydraulische Messungen. Es werden nur die vom Frequenzumrichter bereitgestellten Werte für Drehzahl und Motordrehmoment genutzt, die intern auf die elektrischen Terminalgrößen zurückzuführen sind. Hierdurch werden weniger Sensoren benötigt und somit die Kosten der Anlage reduziert.

Durch erfolgreiche Simulationen und praktische Versuche an Prüfständen werden die Methoden validiert. Anhand von Vergleichen mit bestehenden Regelungsverfahren werden die Vorteile der neuen Methoden aufgezeigt.

Anschließend wird die Regelung als Grundlage für ein Energiemanagement genutzt. Der Beitrag der Regelung zu einem energieoptimalen Betrieb gekoppelter Mehrpumpensysteme findet dabei auf mehreren Ebenen statt. Angefangen von der Dimensionierung des Systems über die statischen Arbeitspunkte bis hin zur Generierung von energieoptimalen Trajektorien. Diese Stufen werden schrittweise analysiert, um die Effizienz des Gesamtsystems zu maximieren.

## Kapitel 2

In diesem Kapitel erfolgt die regelungstechnische Modellierung der betrachteten Pumpensysteme. Ausgehend von der Herleitung der Komponentenmodelle in Abschnitt 2.1 wird in Abschnitt 2.2 ein Einpumpensystem aufgebaut. Anschließend erfolgt in Abschnitt 2.3, basierend auf der Analyse der gekoppelten Fluidodynamik, die Herleitung des gekoppelten Mehrpumpensystems.

## Kapitel 3

In Kapitel 3 erfolgt nach der Systemanalyse in Abschnitt 3.1 der Reglerentwurf in Abschnitt 3.2. Anschließend wird in Abschnitt 3.3 der hierzu notwendige Zustandsschätzer beschrieben. In beiden Abschnitten wird jeweils erst kurz auf die benötigten Grundlagen eingegangen, bevor der methodische Entwurf für das Einpumpensystem und die Erweiterung auf das gekoppelte Mehrpumpensystem erfolgen. In Abschnitt 3.4 wird die Kombination aus Systemmodell, Zustandsschätzer und Regelung für beide Pumpensysteme anhand von Simulationsstudien untersucht und analysiert.

## Kapitel 4

Kapitel 4 beschreibt die praktischen Prüfstandsauftbauten und -untersuchungen und ist wiederum untergliedert in einen Abschnitt 4.1 für das Einpumpensystem und einen Abschnitt 4.2 für das gekoppelte Mehrpumpensystem. Dabei wird jeweils erst ein Überblick über den entsprechenden Prüfstand gegeben, bevor die Modellparameter identifiziert werden. Nach dieser Vorarbeit erfolgt die Demonstration der Regelung zusammen mit dem Zustandsschätzer. Der Vergleich mit bestehenden Regelungsverfahren und die Herausarbeitung der Vorteile der neuen Methode schließt den jeweiligen Abschnitt ab.

## Kapitel 5

Dieses Kapitel betrachtet den energieoptimalen Betrieb gekoppelter Mehrpumpensysteme. Dabei wird zwischen der Dimensionierung, dem statischen Betrieb und dem dynamischen Betrieb unterschieden. Die ersten beiden Methoden beziehen sich auf bestehende Arbeiten und werden in Abschnitt 5.1 analysiert. Es wird aufgezeigt, dass ein Beitrag dieser Arbeit darin besteht, dass die neuen Anforderungen der theoretischen Betrachtungen zur Effizienzsteigerung vom Stand der Technik nicht beherrscht werden, aber durch die entwickelte Regelung besonders gut umgesetzt werden können. In Abschnitt 5.2 werden die in Kapitel 2 erarbeiteten Modelle genutzt, um energieoptimale Trajektorien zu bestimmen, die als Referenz für die unterlagerte Regelung aus Kapitel 3 dienen.



## Kapitel 6

In Abschnitt 6.1 wird die Arbeit zusammengefasst und ein Fazit gezogen. Ein Ausblick für mögliche Verbesserungen und weitere Untersuchungen erfolgt in Abschnitt 6.2.

## 1.4 Publikationen

Während der Entstehung dieser Arbeit sind die Veröffentlichungen [SCGL14], [LGCL15], [CLL16], [CLL18] und [BCBL18] entstanden. Die Publikationen sind im Folgenden chronologisch aufgelistet und der Bezug zu dieser Arbeit ist vermerkt:

Shen, Y.; Caba, S.; Görges, D.; Liu, S.: Optimization of the Switching Strategy of Automatic Transmissions for Fuel Consumption Reduction. In: *3rd International Commercial Vehicle Technology Symposium (CVT2014)*, 2014 (Optimierung nichtlinearer Systeme mittels genetischer Algorithmen am Beispiel eines Nutzfahrzeugs)

Lin, X.; Görges, D.; Caba, S.; Liu, S.: Stochastic MPC of Systems with Additive Disturbance using Scenario Optimization. In: *5th IFAC Conference on Nonlinear Model Predictive Control (NMPC15)*, 2015, S. 236-241 (Optimierung mittels Model Predictive Control (MPC))

Caba, S.; Lepper, M.; Liu, S.: Nonlinear controller and observer design for centrifugal pumps. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, 2016, S. 569-574 (Modellierung und Regelung des Einpumpensystems)

Caba, S.; Lepper, M.; Liu, S.: Nonlinear Controller and Estimator Design for Multi-pump Systems. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, 2018, S. 515-520 (Modellierung und Regelung des gekoppelten Mehrpumpensystems)

Berkel, F.; Caba, S.; Bleich, J.; Liu, S.: A Modeling and Distributed MPC Approach for Water Distribution Networks. In: *Control Engineering Practice*, Dezember 2018, S. 199-206 (Modellierung eines Wasserversorgungsnetzes, Anwendung der Mixed-Integer-Optimierung)

# 2 Regelungstechnische Modellierung von Pumpensystemen

In diesem Kapitel werden die benötigten Modelle hergeleitet. Zuerst erfolgt eine Betrachtung auf Komponentenebene, anschließend werden die Gesamtmodelle für ein Einpumpen- und ein Mehrpumpensystem erstellt. Bei der Modellierung wird ein besonderes Augenmerk auf die nichtlinearen Dynamiken gelegt. Dabei müssen alle relevanten Effekte erfasst werden, die Komplexität der Modelle muss aber auf die später eingeführte Regelung abgestimmt sein. Alle Herleitungen erfolgen für das Medium Wasser, wobei Inkompressibilität und eine konstante Temperatur angenommen werden. Grundlagen sind insbesondere in [LJW99], [WSS93], [PP04], [Ise07], [Fuc11], [Pel15], [Sig12], [JP15], [Sch13] und [S<sup>+</sup>09] enthalten.

## 2.1 Komponentenmodellierung

### 2.1.1 Rohrleitung

Der Volumenstrom  $q$  durch ein Rohr zwischen Einlass (Index 1) und Auslass (Index 2) ist durch die Bernoulli-Gleichung gegeben. Da sie nur für reibungslose Flüssigkeiten gilt, werden die Verluste  $\Delta p_r$  subtrahiert:

$$\rho \int_1^2 \frac{\partial c}{\partial t} \partial s_R = \rho g_E (z_{R1} - z_{R2}) + (p_1 - p_2) + \rho \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} - \Delta p_r \quad (2.1)$$

mit der Fluidichte  $\rho$ , der Strömungsgeschwindigkeit  $c$ , der Stromlinienkoordinate  $s_R$ , der Erdbeschleunigung  $g_E$ , der Höhe  $z_R$  und dem Druck  $p$ . Unter der Annahme einer konstanten Querschnittsfläche  $A_R$  entlang  $s_R$  kann  $c$  durch den Volumenstrom  $q$  ersetzt werden, da  $c = q/A_R$  gilt. Die Integration in (2.1) wird dann vereinfacht zu

$$\rho \int_1^2 \frac{\partial c}{\partial t} \partial s_R = \rho \frac{dc}{dt} \int_1^2 ds_R = \rho \frac{L_R}{A_R} \dot{q} = a \dot{q}. \quad (2.2)$$

Die Rohrparameter werden in den Faktor  $a = \rho \frac{L_R}{A_R}$  mit konstanter Dichte  $\rho$ , Querschnittsfläche  $A_R$  und Länge  $L_R$  zusammengefasst. Diese Annahme führt auch zu  $c_1^2 - c_2^2 = 0$ .

Die Verluste werden auf der Grundlage der Reynoldszahl ermittelt, wobei angenommen wird, dass eine turbulente Strömung mit dem Verlustfaktor  $\zeta$  auftritt

$$\Delta p_r = \zeta q |q|. \quad (2.3)$$

Für nicht vollständig turbulente Strömung kann der Exponent des Volumenstroms in Betragszeichen bis zu einem Minimum von 0 bei laminarer Strömung reduziert werden, z.B. zu  $|q|^{0,852}$ .

Eine weitere Vereinfachung wird durch das Setzen von  $z_{R1} - z_{R2} = 0$  erreicht, was zur endgültigen Fluiddynamik führt

$$a\dot{q} = p_1 - \zeta q |q| - p_2. \quad (2.4)$$

In vielen praktischen Anwendungen kann nicht immer von einer konstanten Querschnittsfläche ausgegangen werden, da zum Beispiel Rohre mit variabler Dicke hintereinander geschaltet sind. Abbildung 2.1 zeigt ein Beispiel, in dem eine Pumpe an einer Engstelle verbaut ist. Vereinfachend wird jedoch angenommen, dass Anfang und Ende den selben Querschnitt aufweisen.

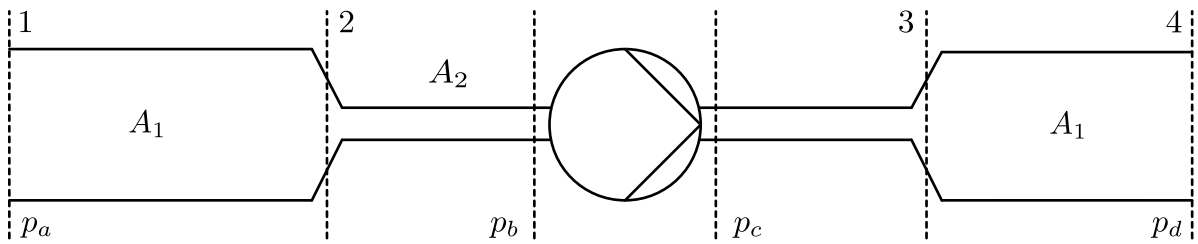


Abbildung 2.1: Rohrleitung mit unterschiedlichen Querschnittsflächen

Zur Bestimmung des Rohrparameters  $a$  muss die Integration aus (2.1) in mehrere Teilabschnitte [12], [23] und [34] zerlegt werden

$$\begin{aligned} \rho \int_1^4 \frac{\partial c}{\partial t} \partial s_R &= \rho \int_1^2 \frac{\partial c}{\partial t} \partial s_R + \rho \int_2^3 \frac{\partial c}{\partial t} \partial s_R + \rho \int_3^4 \frac{\partial c}{\partial t} \partial s_R \\ &= \rho \frac{dc_{12}}{dt} \int_1^2 ds_R + \rho \frac{dc_{23}}{dt} \int_2^3 ds_R + \rho \frac{dc_{34}}{dt} \int_3^4 ds_R \\ &= \rho \frac{L_{R12}}{A_{R12}} \dot{q} + \rho \frac{L_{R23}}{A_{R23}} \dot{q} + \rho \frac{L_{R34}}{A_{R34}} \dot{q} \\ &= (a_{12} + a_{23} + a_{34}) \dot{q} = a \dot{q}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Durch den Massenerhaltungssatz  $c_{12}A_{R12} = c_{23}A_{R23} = c_{34}A_{R34} = q$  können  $c_{12}$ ,  $c_{23}$  und  $c_{34}$  ersetzt werden. Daher ist es möglich die Koeffizienten  $a = a_{12} + a_{23} + a_{34}$  zusammenzufassen.